Das Feuchteaufnahme- und -abgabeverhalten zementgebundener Estriche und Konsequenzen für die Bestimmung der KRL

Dr.-Ing. Gernod Deckelmann, Prof. Dr.-Ing. Lutz Franke (em.)
Institut für Baustoffe, Bauphysik und Bauchemie – Technische Universität Hamburg

Die maßgebenden und heute weiterhin angewandten Zusammenhänge zur Ermittlung der Belegreife und damit der Beurteilung des Feuchtehaushalts von Estrichen gehen auf die Arbeiten von W. Schnell aus den Jahren 1985 [1] bzw. 1994 [2] zurück. Ausgehend von einem realitätsnahen "Baustellenklima" und der dafür maßgebenden relativen Luftfeuchte wurde über die Desorptionsisotherme eines Estrichs ein Grenzwert des zulässigen Restfeuchtegehalts und damit die Belegreife in Masse-% bestimmt.

Obwohl bereits zum damaligen Zeitpunkt bekannt war, dass sich das Adsorptions- bzw. Feuchteaufnahmeverhalten zementgebundener Estrich deutlich vom Trocknungs- bzw. Desorptionsverhalten unterscheidet (siehe Abbildung 1, [2]), war bisher das Adsorptionsverhalten für das Festlegen eines Grenzwerts der Belegreife nicht zu berücksichtigen.

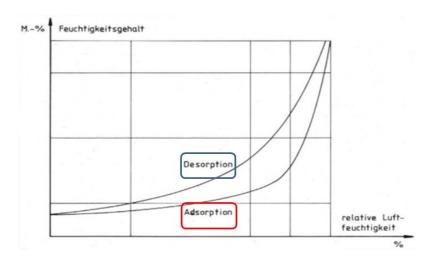
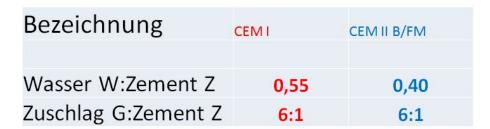


Abbildung 1: Das vom Desorptionsverhalten zu unterscheidende Adsorptionsverhalten zementgebundener Baustoffe wurde für die Festlegung von Grenzwerten der Belegreife bisher nicht berücksichtigt (Grafik übernommen aus [1]).

Durch unterschiedliche Messmethoden kann auf der Baustelle der im Estrich tatsächlich vorhandene Feuchtegehalt bestimmt und mit dem festgelegten Grenzwert der Belegreife verglichen werden. Während im deutschsprachigen Raum überwiegend die "CM-Messung" zur Bestimmung eines massebezogenen Feuchtegehaltkennwerts für Estriche angewandt wurde und wird, sind zum Beispiel im skandinavischen oder nordamerikanischen Raum andere Messverfahren üblich. Dort wird mittels der gemessenen relativen Feuchte, die sich in unmittelbarer Umgebung der Bauteilprobe bzw. im Bohrloch einstellt, die Belegreife beurteilt.

Seit einigen Jahren wird auch in Deutschland ein ähnliches Verfahren, nämlich die Messung der korrespondierenden relativen Luftfeuchte (KRL) als ein die massebezogene Feuchtegehaltsbestimmung ergänzendes Verfahren diskutiert und eingesetzt. Dazu wird aus dem Estrich eine Probe entnommen, zerkleinert und die sich in einem abgeschlossenen Behältnis über der zerkleinerten Estrichprobe einstellende Luftfeuchte bestimmt [3]. Als wesentlicher Vorteil dieses Verfahren wird vermutet, dass ein Grenzwert der Belegreife baustoffunabhängig festgelegt werden kann, während die Beurteilung der Belegreife von Estrichen über den massebezogenen Feuchtegehalt zumindest in Abhängigkeit des Bindemittels und des Wasser-Zement-Wertes W:Z und damit über jeweils individuelle Grenzwerte erfolgen muss ([4], siehe auch Beispiel in Abbildung 2).



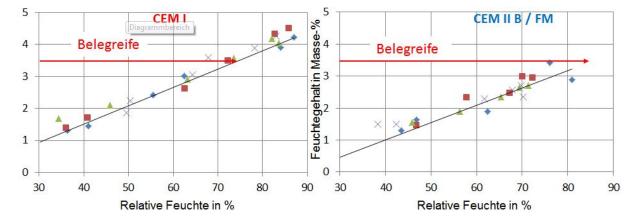


Abbildung 2: Unterschiedliche Desorptionskennlinien von Estrichen, hergestellt mit unterschiedlichen Bindemitteln und W:Z-Werten, können hinsichtlich der Belegreife nicht mit einem einzigen massebezogenen Grenzwert beurteilt werden (Werte entnommen aus [4]).

Um festzustellen, ob und welche weiteren Parameter einen wesentlichen Einfluss auf das Feuchteaufnahme- und -abgabeverhalten und damit auf die sich daraus abgeleiteten Beurteilungskennwerte haben, beauftragte die Technische Kommission Bauklebstoffe ein Untersuchungsprogramm am Institut für Baustoffe, Bauphysik und Bauchemie der Technischen Universität Hamburg. Ein Überblick über das beauftragte und durchgeführte Untersuchungsprogramm in den Jahren 2016 und 2017 zeigt Abbildung 3.

Zunächst wird der Einfluss des Zuschlag-Bindemittelverhältnisses (G:Z-Wert) auf einem "CEM I gebundenen" Estrich thematisiert. In Abbildung 4 sind die gemessenen Desorptionskennlinien

Estrichzusammensetzungen:

- CEM I, G:Z 6:1, W:Z=0,55
- CEM I, G:Z 5:1, W:Z=0,55
- · CSF, Knauf, FE Largo

Vorlagerungen:

- Folienlagerung (28 d, 56 d)
- Unterwasserlagerung (28 d)

Untersuchungen:

- Mechanische Kennwerte (Druck, Biegezug, Rohdichte)
- · Porenradienverteilung
- · Desorptionsverhalten
- · Adsorptionsverhalten
- Temperaturabhängigkeit der KRL

Abbildung 3: Übersicht über das an der TUHH durchgeführte Untersuchungsprogramm 2016-2017.

für ein Zuschlag-Bindemittelverhältnis von 5:1 und 6:1 vergleichend gezeigt. Der massebezogene Feuchtegehalt wurde dabei auf das 105°C-Trockengewicht bezogen. Die ermittelten Unterschiede zwischen den Desorptionsisothermen sind gering. Ergänzend sind in Abbildung 4 frühere Messwerte für ein G:Z-Verhältnis von 6:1 aus dem TKB-Bericht 1 ermittelt an der Universität Siegen [4] gezeigt. Auch diese früheren Messwerte weichen nur unwesentlich von den ermittelten Desorptionskennlinien ab. Das Zuschlag-Bindemittelverhältnis G:Z in der praxisüblichen Größenordnung von 5:1 bzw. 6:1 hat demnach eine untergeordnete Auswirkung auf die resultierende Desorptionskennlinie.

Weiterhin wurde der Einfluss unterschiedlicher Hydratationsdauern auf die Desorptionsisotherme eines CEM I Estrichs mit einem W:Z-Wert von 0,55 und einem Zuschlag-Bindemittelverhältnis G:Z von 6:1 experimentell überprüft. In Abbildung 5 sind die ermittelten Desorptionsisothermen für eine 28-tägige und eine 56-tägige Hydratationsdauer dargestellt. Auch in diesem Fall sind die Veränderungen der Desorptionsisotherme als Folge der veränderten Hydratationsdauer nur gering. Somit sollte auch der Zeitpunkt einer Feuchtegehaltsbestimmung zumindest nach einer ausreichend langen Hydratationsdauer für die praktische Anwendung von untergeordneter Relevanz sein.

Der Einfluss eines unterschiedlichen Wasserangebots während der Hydratation wurde durch unterschiedliche Lagerungsbedingungen von Estrichproben untersucht. Dafür wurden Estrichprismen einen Tag nach der Herstellung ausgeschalt und bis zur Prüfung entweder "Unterwasser" (entspricht einer häufig angewandten Laborlagerung) oder in dampfdichten Folien (entspricht Baustellenverhältnissen) gelagert. Die Auswirkungen auf die Desorptionsisothermen zeigt Abbildung 6. Demnach können in Abhängigkeit des Wasserangebots bei identischer Umgebungsluftfeuchte Unterschiede im massebezogenen Feuchtegehalt von 0,3 Masse-% auftreten.

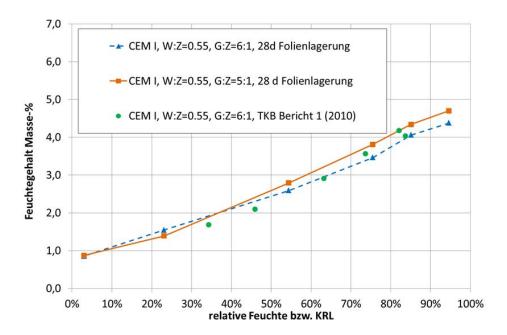


Abbildung 4: Einfluss des Zuschlag-Bindemittelverhältnisses (G:Z) auf die resultierende Desorptionsisotherme.

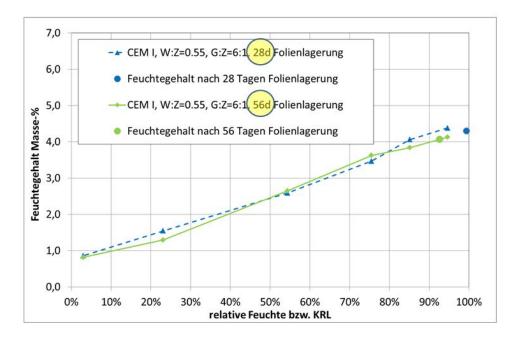


Abbildung 5: Einfluss unterschiedlicher Hydrationszeiträume (28 und 56 Tage) auf die resultierende Desorptionsisotherme.

Von besonderem Interesse sind allerdings die Messungen zum Feuchtegehalt "gesättigter" Proben und damit zum Verlauf der Desorptionsisotherme im Bereich hoher relativer Feuchten. Wie Abbildung 6 zeigt, ergeben sich für die foliengelagerten und somit praxisnah gelagerten Proben deutlich geringere "Sättigungs"-Feuchtegehalte in Masse-% im Vergleich zu den "unterwassergelagerten" Proben. Offensichtlich wird ein Teil des Porenraums nur bei einem dauerhafter Wasserangebot gefüllt. Der üblicherweise unterstellte überproportionale Anstieg der Desorptionsisotherme im Bereich hoher relativer Feuchten ergibt sich somit nur unter "Laborbedingungen" während für die praxisnahe Folienlagerung ein nahezu linearer Verlauf der Desorptionsisotherme mit entsprechend reduzierten Feuchtegehalten im "gesättigten" Zustand entsprechend 4 bis 5 Masse-% maßgebend ist.

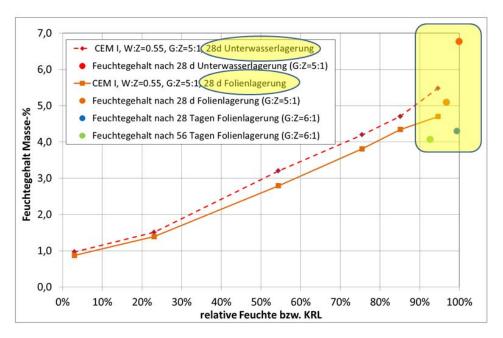


Abbildung 6: Einfluss des Wasserangebots während der Hydatation auf die resultierenden Desorptionsisothermen. Im "Sättigungsbereich" liegen erhebliche Unterschiede im massebezogenen Feuchtegehalt in Abhängigkeit des Wasserangebot vor.

Von besonderer Bedeutung für den Messwert der KRL ist, wie nachfolgend noch gezeigt werden wird, das Adsorptionsverhalten nach einer vorhergehenden Desorption. Der bereits bekannte Verlauf der Desorptionslinie für Estrich CEM I, W:Z=0,55, G:Z=6:1 ist in Abbildung 7 (blaue, durchgezogene Linie) nochmals dargestellt. Zusätzlich sind die das Auffeuchtungsverhalten beschreibenden Kennlinien eingetragen. Erfolgt ausgehend von der Desorptionsisotherme eine Auffeuchtung wird diese zunächst entlang der sogenannten scanning-isotherm (Verbindungslinie zur Adsorptionskennlinie) erfolgen und zwar solange bis die eigentliche Adsorptionskennlinie erreicht wird. Diese scanning-isotherms weisen eine wesentlich flachere Steigung als die Desorptionsbzw. Adsorptionskennlinie auf (siehe Abbildung 7). Das Verhältnis der Steigungen von Desorptionskennlinie und scanning-isotherm $f = m_{scan}/m_{Desorp}$ wurde in den durchgeführten Versuchen

14. März 2018 5

zwischen 0,20 und 0,25 bestimmt. Nach Erreichen der Adsorptionskurve verläuft das Feuchteaufnahmeverhalten nahezu parallell zur Desorptionskennlinie.

Das bereits von Schnell [2] gezeigte deutlich unterschiedliche De- und Adsorptionsverhalten (siehe auch Abbildung 1) konnte erneut messtechnisch bestätigt werden. Dieses unterschiedliche Verhalten bei Feuchteabgabe bzw. Feuchteaufnahme kann über Porenstrukturmodelle erklärt werden. In Abhängigkeit der für einen Baustoff typischen Porenradienverteilung tritt dieser hysteretische Effekt sehr ausgeprägt (z.B. für zementgebundene Estriche) oder nur sehr schwach ausgeprägt oder gar nicht auf (wie z.B. für calciumsulfatgebundene Estriche, siehe Abbildung 8).

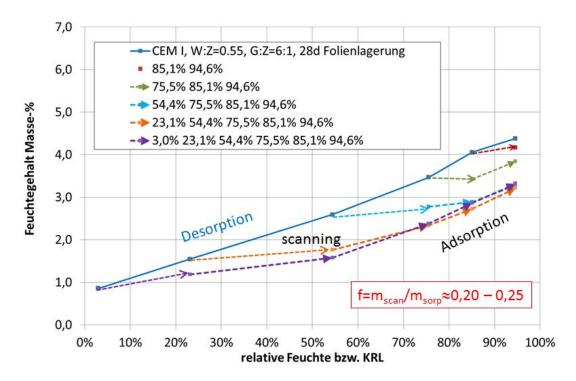


Abbildung 7: Gemessenes und deutlich unterschiedliches De- und Adsorptionsverhalten einschließlich des Verlaufs der scanning-isotherms eines zementgebundenen Estrichs: CEM I, W:Z=0.55, G:Z=6:1

Die bisherigen Versuche wurden bei einer Temperatur von 20°C durchgeführt. Um den Einfluss veränderter Umgebungstemperaturen auf den Messwert der KRL zu erfassen, wurden Estrichproben, die bei 20°C die Gleichgewichtsfeuchte entsprechend 75% relativer Feuchte erreicht hatten, bei 5°C und bei 30°C eingelagert und die damit einhergehende Veränderung der korrespondierenden Luftfeuchte im geschlossenen Probebehälter gemessen. Mit einer Temperaturabsenkung von 20°C auf 5°C ging eine Absenkung des Messwerts im Probegefäß um 5% relativer Feuchte einher. Eine Temperaturerhöhung von 20°C auf 30°C ergab eine Erhöhung der relativen Feuchte um 5%. In dem für die Praxis maßgebenden Temperaturbereich zwischen 5°C bis 30°C kann demnach bei konstantem massebezogenen Feuchtegehalt der Messwert der korrespondierenden relativen Luftfeuchte um 10% differieren.

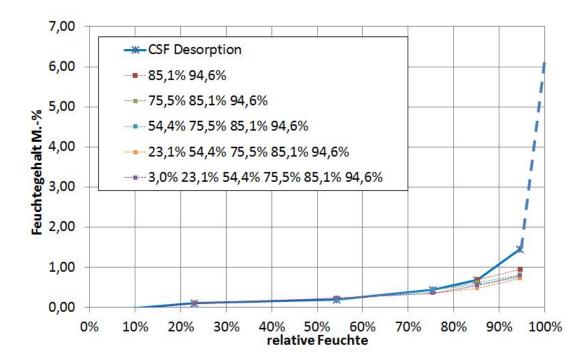


Abbildung 8: Das gemessenes De- und Adsorptionsverhalten eines Calciumsulfatestrichs weist nur geringfügige Unterschiede auf.

Nachdem die wesentlichen Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen vorgestellt wurden, sollen im Folgenden die Konsequenzen für den Messwert der KRL insbesondere aus dem zu berücksichtigenden scanning- und Adsorptionsverhalten genauer betrachtet werden. Wird aus einem trocknenden Estrich eine Probe entnommen, wird diese Probe in Abhängigkeit des Feuchtegradienten beziehungsweise der Entnahmetiefe unterschiedliche Feuchtegehalte aufweisen. Bei der Messung der KRL wird ein "gemittelter" Feuchtekennwert gemessen, der sich aus den trocknenden und den auffeuchtenden Anteilen der Probe ergibt.

Bevor die Auswirkungen dieser Trocknungs- und Feuchtevorgänge an realitätsnahen Feuchteprofilen betrachtet werden, sollen die ablaufenden Vorgänge und deren Auswirkungen zunächst an einem einfachen Versuch erläutert und erklärt werden (siehe Abbildung 9, linkes Teilbild [5]). Dazu wurden zwei Estrichproben identischer Zusammensetzung in unterschiedlichen Klimaten vorgelagert. Eine Hälfte der Probe wurde bei 55% relativer Feuchte und 20°C und die andere Hälfte bei 85% relativer Feuchte und 20°C bis zur Gewichtskonstanz vorgelagert. Anschließend wurden die beiden Teilproben in ein dampfdichtes Gefäß eingebracht und die sich dort einstellende Luftfeuchte gemessen. Liegt ein Baustoff vor, desssen Auffeuchtungs- und Trocknungsverhalten über die Desorptionskennlinie beschrieben werden kann, stellt sich eine Gleichgewichtsfeuchte entsprechend dem Mittelwert φ_M der Ausgangsfeuchten von 70% relativer Feuchte (=(55%+85%)/2) ein. Liegt ein Baustoff mit einem zu unterscheidenden Trocknungs- und Auffeuchtungsverhalten vor, wird allerdings im Gleichgewichtszustand eine relative Feuchte von φ_G 79% gemessen.

Dieser gegenüber dem Mittelwert φ_M erhöhte Messwert φ_G der relativen Feuchte wird erklär-

14. März 2018 7

bar, wenn das tatsächliche Auffeuchtungsverhalten der 55%-Probe entsprechend dem scanning-Verhalten und der zugehörige Trocknungsverlauf der 85%-Probe auf der Desorptionslinie berücksichtigt wird (siehe Abbildung 9 rechtes Teilbild, [5]). Bedingt durch die wesentlich flachere Steigung der scanning-Linie im Vergleich zur Steigung der Desorptionsisotherme muss zum Einhalten der Feuchtebilanz (abgegebene Feuchtemenge = aufgenommene Feuchtemenge= Δ) die feuchteaufnehmende Probe eine wesentliche größere Steigerung der relativen Feuchte erfahren. Dies wird so lange erfolgen bis sich in beiden Teilproben das gleiche treibende Potenzial (= Wasserdampfpartialdruck bzw. relative Feuchte) und damit der Gleichgewichtszustand einstellt. Die sich dabei einstellende relative Feuchte φ_G ist erhöht gegenüber dem Mittelwert φ_M der Ausgangsfeuchten.

Auch zeigt Abbildung 9, dass nach Erreichen des Gleichgewichts entsprechend der eingetragenen KRL φ_G die beiden Proben weiterhin unterschiedliche massebezogene Feuchtegehalte aufweisen. Da die beiden Teilproben in den durchgeführten Versuchen nicht vermengt wurden, konnten auch die Feuchtemengen in den beiden Teilproben und damit die verbleibende Gewichtsdifferenz zwischen den Proben im Gleichgewichtszustand experimentell nachgewiesen werden.

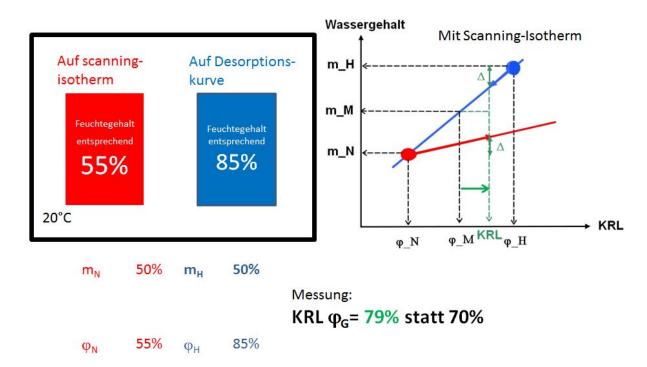


Abbildung 9: Ermitteln der sich einstellenden Gleichgewichtsfeuchte φ_G zweier zementgebundener Estrichproben mit unterschiedlichen Anfangsfeuchtegehalten (55% und 85% relative Feuchte) unter Berücksichtigung des Scanning- und Adsorptionsverhaltens.

Während eine Berechnung der sich unter Berücksichtigung des scanning-Verhaltens einstellenden relativen Luftfeuchte bei nur zwei hinsichtlich der Ausgangsfeuchtegehalte zu unterscheidenden

Proben noch einfach möglich ist, ist dies für praxisnahe sich kontinuierlich verändernder Feuchteprofile, wie zum Beispiel in Abbildung 10 gezeigt, nicht mehr ohne erhöhten mathematischen Aufwand möglich.

Dafür wird zunächst angenommen, dass die entnommene Estrichprobe eine gleichmäßige Verteilung der Massenanteile p über die Entnahmetiefe aufweist (p(x) = const). Aus der Massenbilanz für diese Probe (Feuchteabgabe = Feuchteaufnahme) lässt sich eine Bedingung für die möglichen relativen Feuchten φ_G gemäß Gleichung 1 formulieren.

$$\varphi_G(g) = \frac{\int_0^g \varphi(x)dx + f \cdot \int_g^1 \varphi(x)dx}{g + f \cdot (1 - g)}$$
(1)

x = auf die maximale Entnahmetiefe bezogene Koordinate

$$\varphi(x) = \varphi_u - (\varphi_u - \varphi_o) \cdot x^m \tag{2}$$

 $\varphi(x)$ = Verlauf der relativen Feuchte über die Entnahmetiefe

 φ_u = relative Feuchte an der tiefsten Stelle der entnommenen Probe (x=0)

 φ_o = relative Feuchte am oberen Rand der entnommenen Probe (x=1)

m = Exponent, der den Verlauf des Feuchteprofils im Estrich vor der Entnahme charakterisiert

g = auf die maximale Entnahmetiefe bezogene Koordinate der sich einstellenden Gleichgewichtsfeuchte

f = Verhältniswert der Steigung der scanning-isotherm zur Steigung der Desorptionsisotherme

Die sich im Gleichgewicht einstellende relative Feuchte unter Berücksichtigung des scanning-Verhaltens ergibt sich dann aus dem Maximum von Gleichung 1, was gleichbedeutend ist mit der Forderung $\frac{d\varphi_G(g)}{dg} = 0$. Wird für den Verlauf von $\varphi(x)$ über die Entnahmetiefe ein geeigneter funktionaler Zusammenhang, zum Beispiel gemäß Gleichung 2 gewählt, kann dieses Extremwertproblem mit Hilfe von computergestützten Algebra-Programmen (z.B. [6]) numerisch gelöst werden. Mit der so gefundenen Lösung kann dann die sich einstellende Gleichgewichtsfeuchte φ_G (=KRL) für unterschiedliche Feuchteprofile unter Berücksichtigung der zu unterscheidenden Auffeuchtungs-(auf scanning-Linie) und Trocknungsvorgänge (auf Desorptionsisotherme) bestimmt werden.

Für die in Abbildung 10 beispielhaft gezeigten beiden Profile lassen sich so die erwarteten Gleichgewichtsfeuchten φ_G =KRL zu 84% (m=1) bzw. 97% (m=5) bestimmen. Für das linearveränderliche Feuchteprofil, gekennzeichnet durch den Wert m=1 in Abbildung 10, ergibt sich somit eine um 9% erhöhte Gleichgewichtsfeuchte φ_G gegenüber dem Mittelwert φ_M . Für das gekrümmte Profil in Abbildung 10, gekennzeichnet durch einen m-Wert von 5, ergibt sich eine Differenz von $\varphi_G - \varphi_M = 5\%$.

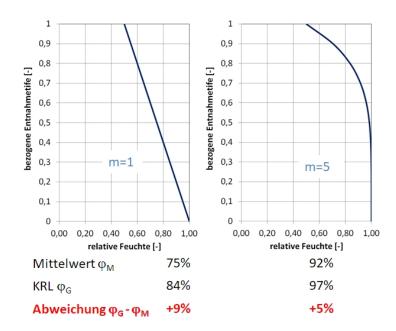


Abbildung 10: Beispielhafte Feuchteprofile bei konstanter Feuchte-Differenz $\Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_o = 50\%$ gemäß Gleichung 2 gekennzeichnet durch den Exponenten m.

Bei systematischer Auswertung der beschriebenen Zusammenhänge können die Abweichungen des Messwerts der KRL vom Mittelwert φ_M (=Wert der Desorptionslinie) in Abhängigkeit des Feuchteprofils (charakterisiert durch den Exponenten m) und dem Feuchtegefälle innerhalb der Probe $\Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_o$ bestimmt werden. In Abbildung 11 sind die zu erwartenden Abweichungen $\varphi_G - \varphi_M$ für drei unterschiedliche Feuchteprofile in Abhängigkeit von $\Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_o$ unter der Annahme (f=0,23) dargestellt.

Die Desorptionskennlinie repräsentiert die Gleichgewichtszustände zwischen relativer Feuchte und massebezogenem Feuchtegehalt für eine Probe mit einem konstanten, sich über die Entnahmetiefe nicht veränderten Feuchtegehalt (m=0, $\varphi_u=\varphi_o$). Für Proben mit einem veränderlichen Feuchteprofil (m \neq 0, $\varphi_u\neq\varphi_o$) können die Gleichgewichtszustände für verschiedene Feuchteprofile mit Hilfe der berechneten und in Abbildung 11 gezeigten Abweichungen bestimmt werden. In Abbildung 12 sind für einen CEM I, W:Z=0,55, G:Z=5:1 die Desorptionslinie (m=0, fette schwarze Linie), die Gleichgewichtslinie für eine Probe mit linear veränderlichen Feuchteprofil (m=1, rote Linie) und für zwei gekrümmte Feuchteprofile (m=2, blaue Linie; m=8, grüne Linie) unter der Annahme $\Delta\varphi_{max}$ =70% eingezeichnet.

Unter den für die Praxis maßgebenden Bedingungen können demnach die Messwerte der KRL nicht im Bereich der Desorptionskennlinie erwartet werden, sondern werden je nach vorliegendem Feuchteprofil unterhalb der Desorptionslinie im Bereich der eingezeichneten Gleichgewichtslinien befinden. Aus Abbildung 12 ist zu entnehmen, dass sich für einen vorgegebenen massebezogenen Feuchtegehalt KRL-Werte ergeben können, die um mehr als circa 10% relative Feuchte erhöht sein können im Vergleich zum Wert der Desorptionsisotherme.

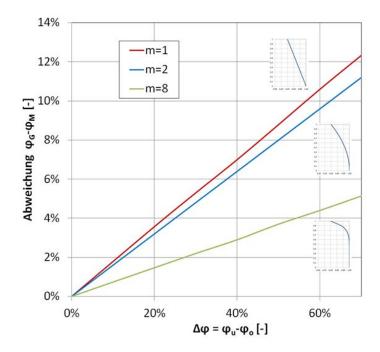


Abbildung 11: Zu erwartende Abweichungen $\varphi_G - \varphi_M$ in Abhängigkeit von $\Delta \varphi$ und dem Verlauf des Feuchteprofils (f=0,23).

Soll von einem Messwert der KRL auf den massebezogenen Feuchtegehalt geschlossen werden, kann ohne Zusatzinformationen ebenfalls nur ein mögliches Intervall angegeben werden. Die Spannweite dieses Intervalls kann je nach vorliegendem $\Delta \varphi$ größer als 0,5 Masse-% (siehe Abbildung 12) sein. Für eine exaktere Vorhersage des massebezogenen Feuchtegehalts in einem zementgebundenen Estrich anhand der Messgröße "KRL" sind Zusatzinformationen über den vorliegenden Feuchtegradienten $\Delta \varphi$ und über den Verhältniswert f notwendig.

Literatur

- [1] Schnell, Werner: Zur Ermittlung von Belegreife und Ausgleichsfeuchte von mineralisch gebundenen Estrichen. boden-wand-decke, (1), 1985.
- [2] Schnell, W.: Das Trocknungsverhalten von Estrichen Beurteilung und Schlussfolgerungen für die Praxis. In: Oswald, Rainer (Herausgeber): Aachener Bausachverständigentage. Bauverlag GmbH, Wiesbaden, 1994.
- [3] Brokamp, Thomas: TKB-Bericht 2: Belegreife und Feuchte Die KRL-Methode zur Bestimmung der Feuchte in Estrichen. Technischer Bericht TKB-Bericht 2, Technische Kommission Bauklebstoffe im Industrieverband Klebstoffe e.V., Düsseldorf, 2013.

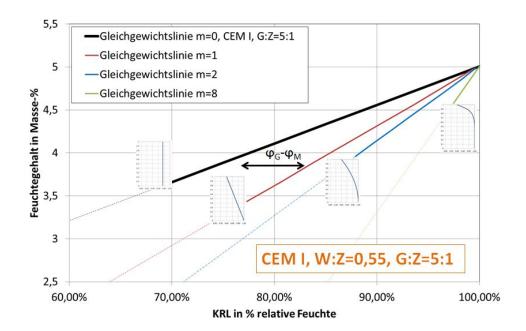


Abbildung 12: Gleichgewichtslinien des Messwerts der KRL und des massebezogenen Feuchtegehalts in Abhängigkeit des Feuchteprofils unter den Annahmen f=0,23 und $\varphi_u=100\%$.

- [4] Brokamp, Thomas: TKB-Bericht 1: Belegreife und Feuchte Versuche zur Trocknung von Estrichen. Technischer Bericht TKB-Bericht 1, Technische Kommission Bauklebstoffe im Industrieverband Klebstoffe e.V., Düsseldorf, 2012.
- [5] Schmidt-Döhl, Frank und Gernod Deckelmann: Untersuchungen zur Eignung der Messmethode KRL für die Beurteilung des Feuchtegehalts von zementgebundenen Estrichen. Technischer Bericht, Technische Universität Hamburg-Harburg, Januar 2016.
- [6] Souza, Paulo Ney de, Richard J. Fateman, Joel Moses und Cliff Yapp: Maxima, a Computer Algebra System. 2004.